Differential Equation Ch2.2 錯題集

Q1. 一張含有 文字, 時鐘, 量表 的圖片

自動產生的描述

I wrote: +- sqrt(2/3x^3 + C) => +- sqrt(2/3) x^(3/2) + C which is wrong, cannot extract constant out

Can give final solution as: 3y^2 – 2x^3 = C

Q2. 一張含有 文字, 手錶 的圖片

自動產生的描述

dy/dx = -y^2\*sin(x)

when we try to put y^2 to other side, need to split cases here

so, if y =/= 0, we solve the integration as usual

and after that, we put y = 0 to the original DE for solution:

d(0)/dx + (0)^2sin(x) = 0 => 0 = 0

so y =0 is another solution

Q3. 一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

Careless! I wrote cos(2y)^2 dy.= cos(x)^2 dx which is wrong, be aware of the inverse!

Moreover, since we need to put the denominator to other side, need to split case when cos(2y) = 0

we get: 2y = +- (2n+1)(pi/2) , where n belongs to Z

Q4. xy’ = sqrt(1-y^2)

Be aware of the domain! We need to specify 1-y^2 >=0 is valid

after solving 1-y^2 >= 0, we have:

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

(since d(1)/dx = 0)

Then, we can solve the DE as usual, and get this result:

一張含有 文字, 時鐘, 手錶, 量表 的圖片

自動產生的描述

Note: since ln(0) is undefined, we need to specify that if x =/= 0, |y| < 1

so the final solution is 一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

Q5).一張含有 文字, 時鐘, 手錶 的圖片

自動產生的描述

nothing special, be aware of the domain of denominator =/= 0

q9一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

for 9a, the result is:一張含有 文字, 時鐘 的圖片

自動產生的描述

for 9c, we need to determine the largest interval and after solving the domain of x^2-x-6, we have:一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

Q10>

after solving,

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

and we are given y(1) = -2

the only way to know which one is correct ans is by substituting in both y

then we get: 一張含有 文字, 手錶, 量表, 裝置 的圖片

自動產生的描述

For 10(c): 一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

the main point is to divide as trivial/non-trivial case

q12(c): we solved y = 1-2ln(theta) in part (a)

for part (c): the logic is:

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

Q13:

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

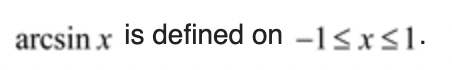
Sometimes, we need to guess the solution is plus/minus using initial condition

Q16). 

after solving solution in part a, we get:

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

when determining domain in (c), this fact is useful: 

so, we need to solve -1 <= 3cos(x)^2 <= 1

Q17: 一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

The solution is:一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

from this, it is difficult to determine the valid interval

so, as hint given, we will find the vertical tangent, i.e. dy/dx = inf

一張含有 文字 的圖片

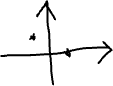
自動產生的描述



the logic is as above



note that we need to match the x,y coordinates



accordingly

Q19, this is a new question type: find minimum

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

after solving the initial value problem, we have:

一張含有 文字, 手錶, 量表 的圖片

自動產生的描述

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

the logic is, find the domain where y is defined, then, sub y into original DE

then solve value of x when dy/dx = 0, and solve for dy^2/dx^2 to validate it is the minimum (dy^2/dx^2>0)

Q23. Equation with all variables constant:

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

learn a new technique here: long division method to separate the variables

一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

q25. 一張含有 文字 的圖片

自動產生的描述

This question seems cannot be solved at first glance

however, we can rewrite the equation as: 一張含有 文字, 白板 的圖片

自動產生的描述 --- (\*)

then, introduce a new variable v where v = y/x

then, from chain rule, we know that dy/dx = d(vx)/dx = v + x\*dv/dx

so, we can substitute y and dy/dx in (\*) and solve for v

remember to change v as (y/x) later